

一种新的 DOA 估计方法

赵益民, 王 琦, 路宏敏

(西安电子科技大学电子工程学院, 陕西西安 710071)

摘 要: 本文提出了一种用天线阵来进行多个入射平面波的 DOA(direction of arrival)估计方法. 这种方法可以解决以往像 MUSIC、ESPRIT 等算法信号数不能超过阵元数的问题. 这种方法计算量少、精度高、可适用于任意几何形状天线阵. 同时得到信号频率估计, 在平面阵中可得到自动成对的 2 维角估计. 并且借助于相应技术, 可对相关信号源的 DOA 进行估计. 本文以均匀圆环天线阵(UCA)来估计多于阵元数的多个入射平面波空间 2 维角(俯仰角, 方位角)为例进行仿真, 最后给出计算机模拟结果证实该方法的实用性、有效性.

关键词: DOA; 谱估计; 均匀圆环阵(UCA); ESPRIT

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2011)06-1428-03

Novel Estimation Technique of DOA

ZHAO Yi-min, WANG Qi, LU Hong-min

(Electronic Engineering School, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

Abstract: A novel estimation technique of DOA of multiple waves incident on antenna array is proposed in this paper. This technique can resolve the problem that the number of signals cannot be more than the number of array elements that MUSIC and ESPRIT algorithms meet. With this technique, computational burden is reduced and accuracy is increased. It is suitable for antenna array of any geometry. At same time, signal frequency estimation is obtained and automatically paired 2-D estimation is also obtained for plane array. By use of responding techniques, estimating DOA of correlated signal sources is done. This paper takes an example of estimating 2-D angle (elevation and azimuth) of multiple plane waves of more than number of array elements incident on uniform circular array (UCA) and simulates. Finally, computer simulation result is given to confirm its practicability and effectiveness.

Key words: DOA; spectrum estimation; uniform circular array(UCA); ESPRIT

1 引言

传播平面波的 DOA(Direction of Arrival)估计一直是阵列信号处理领域人们关注的热点, 它涉及到许多实际应用^[1,2], 包括: 移动通信、雷达、探测、地震等等. 现在对 DOA 估计的大量研究主要集中在 MUSIC、ESPRIT 两个优秀算法上. 但这两种算法估计的信源数都只能少于天线阵的阵元数, 限制了这些算法进一步的应用. 本文提出的方法, 首先进行一维谱估计, 用任意单个阵元的接收值, 借助于现代谱估计^[3~5]的各种高分辨技术(像协方差法、Capon 法、Burg 法、ESPRIT、MUSIC 等等)估计出各信号的中心频率. 利用不同频率信号之间互不相关的条件, 做相关处理, 分别得到各信号在平面阵上的方向矢量估计值. 在已知平面阵几何形状的情况下, 即可以准确估计出来波方向. 这种新颖算法突破前述经典算法的限制, 在较少的阵元下可估计出大大超过阵元数的信源来波方向. 这种算法简便、精度高、易于工程实现.

由于在估计信号中心频率和最后计算中可采用很多有效方法, 所以还具有很高的灵活性. 因为均匀圆环阵能提供俯仰角和 360°方位角. 同时均匀圆环阵具有圆对称性, 当均匀圆阵绕轴线旋转时其波束方向图没有太多变化. 满足同样要求情况下相对于其他平面阵均匀圆阵具有最少阵元数. 均匀圆环阵的这些性质越来越引起人们的关注. 所以本文最后以均匀圆环阵为例进行了计算机仿真, 不用模式激励而得到成对的 2 维角估计. 通过计算机模拟结果证实该方法可行.

2 信号频谱估计

首先对入射信号作频谱估计, 求出信号个数及中心频率. 现在谱估计的方法已有很大发展和推广, 像协方差法、Capon 法、Burg 法、ESPRIT、MUSIC 等等各种高分辨技术都可根据离散信号序列很好估计出其中各信号的中心频率. 本文选用 ESPRIT 方法来进行估计, ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance

Techniques)是借助旋转不变技术估计信号参数来进行谐波恢复.我们可以选用任意一阵元接收值来进行估计.设有白噪声中的 p 个谐波:

$$x(n) = \sum_{i=1}^p s_i e^{jn\omega_i} + m(n)$$

其中 $m(n)$ 为均值为 0 方差为 σ^2 的复高斯白噪声.定义一新过程 $y(n) = x(n+1)$, 并引入 $\alpha(\omega_i) = [1, e^{j\omega_i}, e^{j2\omega_i}, \dots, e^{j(L-1)\omega_i}]^T$; 取整数 L 大于谐波个数 p . 于是 $x(n), y(n)$ 可写成矩阵形式:

$$x(n) = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{m}(n); \quad y(n) = \mathbf{A}\Phi\mathbf{S} + \mathbf{m}(n+1);$$

式中 $\mathbf{A} = [\alpha(\omega_1), \alpha(\omega_2), \dots, \alpha(\omega_p)]$;

$$\mathbf{S} = [s_1, s_2, \dots, s_p]^T; \quad \Phi = \text{diag}[e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2}, \dots, e^{j\omega_p}];$$

Φ 被称为旋转符, 将 x 与 y 联系在一起. 向量 x 的自相关矩阵和 x 与 y 的互相关矩阵分别为:

$$\mathbf{R}_{xx} = \mathbf{E}[x(n)x^H(n)] = \mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{S}^H + \sigma^2\mathbf{I};$$

$$\mathbf{R}_{xy} = \mathbf{E}[x(n)y^H(n)] = \mathbf{A}\mathbf{S}\Phi^H\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{Z};$$

其中 $\mathbf{E}[\mathbf{m}(n)\mathbf{m}^H(n+1)] = \sigma^2\mathbf{Z}$; 由 x 的特征值分解, 得到对应于 $p-L$ 个最小特征值的噪声方差 σ^2 . 令

$$\mathbf{C}_{xx} = \mathbf{R}_{xx} - \sigma^2\mathbf{I} = \mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{S}^H; \quad \mathbf{C}_{xy} = \mathbf{R}_{xy} - \sigma^2\mathbf{Z} = \mathbf{A}\mathbf{S}\Phi^H\mathbf{A}^H;$$

可以证明 Φ 为 $\{\mathbf{C}_{xx}, \mathbf{C}_{xy}\}$ 的广义特征值(证明求解详见参考文献 2). 则通过计算 $\{\mathbf{C}_{xx}, \mathbf{C}_{xy}\}$ 的广义特征值分解, 确定旋转符 Φ , 从而确定谐波频率 $(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_p)$. 本节只做中心频率估计, 段内字符与其他段落相同字符意义不同. 以下进行阵列分析, 以均匀圆环阵为例.

3 均匀圆环天线阵(UCA)的阵列结构

具有 N 个阵元的均匀圆阵^[6]如图 1 所示; 其 N 个阵元均匀分布在半径为 r 的圆上, 选择圆心是接收天线阵的参考点, 于是第 n 个阵元的方位角就可以表示为 $\gamma_n = 2\pi n/N, \gamma \in (0, 2\pi)$. 来波方向与 z 轴的夹角作为俯仰角 θ , 信源 DOA 方向到 xy 平面的垂直投影与 x 逆时针方向上的夹角作为信源的方向角 ϕ . 那么入射方向 (θ, ϕ) 的窄带平面波的阵因子可表示为:

$$\mathbf{a}(\theta, \phi) = [e^{j\zeta\cos(\phi-\gamma_0)}, e^{j\zeta\cos(\phi-\gamma_1)}, \dots, e^{j\zeta\cos(\phi-\gamma_{N-1})}] \quad (1)$$

其中 $\zeta = kr\sin(\theta)$; 波数 $k = 2\pi/\lambda$; λ 为窄带信号的载波波长. 在 t 时刻均匀圆环天线阵接收到了发自信源的 p

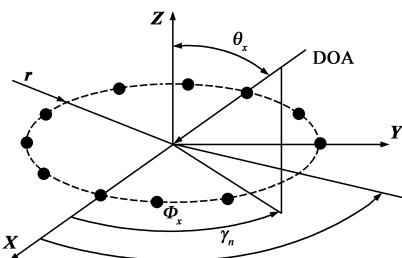


图1 均匀圆环阵几何图

个互不相关的窄带信号 s . 这时天线阵元的响应在阵元空间中可以表示为: $x(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + n(t)$; 其中 $\mathbf{s}(t)$ 为接收天线参考点的接收信号, $\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_p]^T$; \mathbf{A} 为阵元空间的 DOA 矩阵, \mathbf{A} 可表示为 $\mathbf{A} = [a(\theta_1, \phi_1), a(\theta_2, \phi_2), \dots, a(\theta_p, \phi_p)]$; $n(t)$ 为均值为 0 的复高斯白噪声, 其协方差矩阵为 $\sigma^2\mathbf{I}$ (σ^2 为噪声方差; \mathbf{I} 为单位矩阵).

4 利用阵因子估计的新算法

本文提出的算法的核心在于逐次求出每个人射波阵因子的估计值, 来建立超定方程组求解来波 DOA 的 2D 角估计. 下面做一推导:

天线阵接收信号矩阵可写为:

$$\mathbf{X} = \mathbf{a}(\theta_1, \phi_1)s_1 + \mathbf{a}(\theta_2, \phi_2)s_2 + \dots + \mathbf{a}(\theta_d, \phi_d)s_p + \mathbf{n} \quad (2)$$

第 i 个窄带信号序列可写为: $s_i = c_i e^{j(2\pi n\omega_i + d)}$; 式中 d 是频移, c_i 为振幅, ω_i 为中心频率. 当得到信号各谐波频率估计后, 我们可以得到分别以各个谐波频率的理想单位信号采样离散值 ($s_{ii} = e^{j2\pi n\omega_i}, i = 1, 2, \dots, p$; 快拍数与接收信号矩阵相同). 将 s_{ii} 转置共轭与天线阵元的响应相乘. 定义:

$$\mathbf{B}_i = \frac{1}{N} \mathbf{X} \mathbf{s}_{ii}^H \quad (3)$$

可得

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_i &= \frac{1}{N} [\mathbf{a}(\theta_1, \phi_1)s_1 + \mathbf{a}(\theta_2, \phi_2)s_2 + \dots + \mathbf{a}(\theta_d, \phi_d)s_p + \mathbf{n}] \mathbf{s}_{ii}^H \\ &= \mathbf{a}(\theta_1, \phi_1)\mathbf{E}(s_1 \mathbf{s}_{ii}^H) + \mathbf{a}(\theta_2, \phi_2)\mathbf{E}(s_2 \mathbf{s}_{ii}^H) + \dots \\ &\quad + \mathbf{a}(\theta_d, \phi_d)\mathbf{E}(s_p \mathbf{s}_{ii}^H) + \mathbf{E}(n \mathbf{s}_{ii}^H); \end{aligned}$$

其中 $\mathbf{E}(n \mathbf{s}_{ii}^H) = 0$, 另外由于不同频率信号序列互不相关, 所以 $\mathbf{E}(s_j \mathbf{s}_{ii}^H) = \mathbf{E}(c_j e^{j(2\pi n\omega_j + d_i)} e^{j2\pi n\omega_i})$ (其中 $j, i = 1; 2; 3; \dots; p$). 当 $j \neq i$ 时, $\mathbf{E}(s_j \mathbf{s}_{ii}^H) \approx 0$, 当 $j = i$ 时, $\mathbf{E}(s_j \mathbf{s}_{ii}^H) \approx c_j e^{jd_i}$. 所以

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_i &= \mathbf{a}(\theta_i, \phi_i)\mathbf{E}(s_i \mathbf{s}_{ii}^H) = \mathbf{a}(\theta_i, \phi_i)c_i e^{jd_i} \\ &= [c_i e^{j\zeta_i \cos(\phi_i - \gamma_0) + jd_i}, c_i e^{j\zeta_i \cos(\phi_i - \gamma_1) + d_i}, \\ &\quad \dots, c_i e^{j\zeta_i \cos(\phi_i - \gamma_{N-1}) + d_i}]^T \quad (4) \end{aligned}$$

这时上式两边相位相同, 再对 \mathbf{B}_i 做一下技术处理, 把跨越 $\pm 360^\circ$ 边界的相角估计值加上 $\pm 2\pi$, 表示为 \mathbf{F}_i . 此时 \mathbf{F} 既为

$$\begin{aligned} &[\zeta_i \cos(\phi_i - \gamma_0) - d_i, \zeta_i \cos(\phi_i - \gamma_1) - d_i, \dots, \\ &\quad \zeta_i \cos(\phi_i - \gamma_{N-1}) - d_i] \\ &\text{的估计值, 得到一个超定方程组:} \\ &[\zeta_i \cos(\phi_i - \gamma_0) - d_i, \zeta_i \cos(\phi_i - \gamma_1) - d_i, \dots, \\ &\quad \zeta_i \cos(\phi_i - \gamma_{N-1}) - d_i] = \mathbf{F}_i \quad (5) \end{aligned}$$

在式(5)中共有三个未知数 $(\zeta_i; \phi_i; d_i)$, 通过解方程组或各种最佳拟合即可得到此频率来波 (θ_i, ϕ_i) , 以

及相差 d 。每一个信号方向对应于一阵因子，每一向量阵因子对应一方程组，每个方程组求解可得一对解。依次求解 p 个超定方程组，每个谐波频率 $(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_p)$ 的窄带信号来波方向 2-D 角度都可确定。

5 新算法总结与推广

此算法过程可以分为三个明显独立的步骤：(1) 一维频谱估计；(2) 阵因子估计；(3) 方程组求解。

在步骤(1)和步骤(3)中，我们可以灵活应用各种现有最优秀算法来得到更精确的估计。该算法主要特点有：算法简便实用，可用较少阵元估计出大大超出阵元数的多个信号 DOA 方向，灵活性强，实用性好，可应用于不同形式的天线阵，当用于均匀线阵时只需将阵因子形式由圆阵转变为线阵形式，求解超定方程组或做最佳拟合估计参数，可得一维角估计值，用于其它各种平面阵，只要知道阵因子具体几何形式，都可利用此方法做 DOA 估计。如果当两信源相关时，可以由空间平滑技术估计出相关信号频率。令相关信源方程组转化为类似 $a(\theta_i, \phi_i) c_i e^{jd} + a(\theta_i, \phi_i) c_j e^{jd} =$ 估计值 B_i 的形式，此时方程有 6 个未知数，也可求解可得。如果当多信源相关时，也用同样方法，在这不做详述。

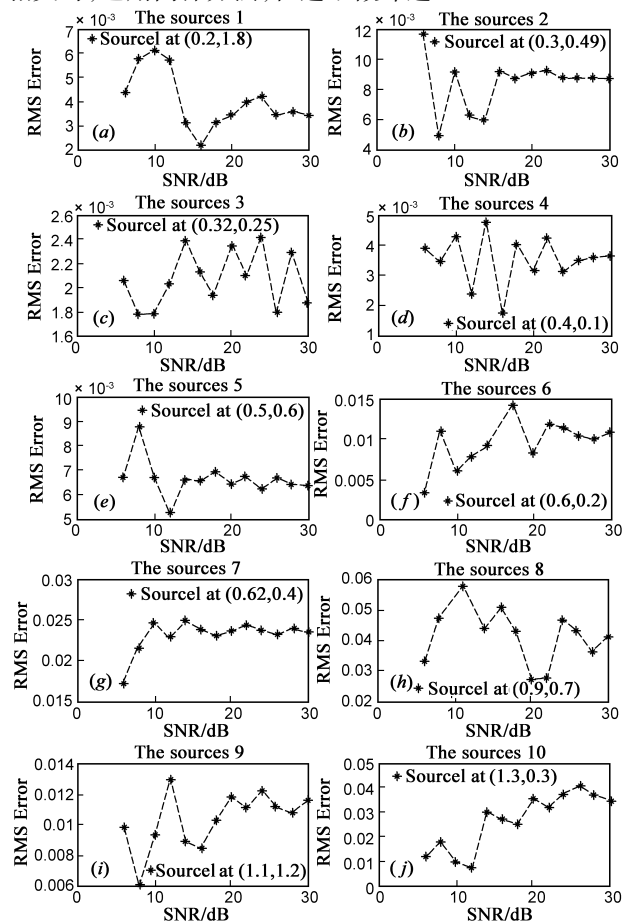


图2 10个互不相关信源DOA估计误差结果

6 仿真结果

我们选用 9 元均匀圆阵， $r/\lambda = 0.75$ ；选用的 10 个互不相关的入射信号源 DOA 分别为 $(0.2, 1.8)$ ； $(0.3, 0.49)$ ； $(0.32, 0.25)$ ； $(0.4, 0.1)$ ； $(0.5, 0.6)$ ； $(0.6, 0.2)$ ； $(0.62, 0.4)$ ； $(0.9, 0.7)$ ； $(1.1, 1.2)$ ； $(1.3, 0.3)$ ；快拍数为 250。采用 DOA 估计定位误差的均方差 (RMS) 作为精度的度量。经 20 次独立计算平均得出结果。

由图 2 可以看出此算法在 10 个互不相关信源的情况下，用阵元数为 9 的均匀圆环天线阵估计的 10 个信源 DOA 的 2-D 角比较准确。同时 RMS 误差随信噪比变化具有好的稳定性。在低信噪比的情况下与 UCA-ESPRIT 算法相比精度更高。而且计算量少，不用二维谱峰搜索、模式激励就能在很短的时间内得出比较精确的结果。图示结果反映了这种算法的有效性、实用性。

参考文献

- [1] Wan F, Zhu W P, Swamy M N S. Spatial extrapolation-based blind DOA estimation approach for closely spaced sources[J]. IEEE Trans Aerospace and Electronic Systems, 2010, 46(2): 569 - 582.
- [2] Chen F J, Kwong S, Kok C W. Esprit-like two-dimensional DOA estimation for coherent signals [J]. IEEE Trans Aerospace and Electronic Systems, 2010, 46(3): 1477 - 1484.
- [3] 张贤达, 保铮. 通信信号处理[M]. 北京: 国防工业出版社, 2000.
- [4] 张贤达. 现代信号处理[M]. 北京: 清华大学出版社, 1995.
- [5] 吴顺君. 近代谱估计方法[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1994.
- [6] Cherian P Mathews. Eigenstructure techniques for 2-D angle estimation with uniform circular arrays[J]. IEEE Trans, 1994, SP-42(9): 2395 - 2407.

作者简介



赵益民 男, 1961 年 1 月生于西安市, 现为西安电子科技大学电子工程学院教授, 2002 年 10 月至 2004 年 1 月为英国谢菲尔德大学电子工程系访问学者, 主要研究方向为空间谱估计, 阵列信号处理以及智能天线等。
E-mail: zhaoyimin516@163.com

王琦 男, 1972 年 3 月生于陕西汉中, 现为西安电子科技大学电子工程学院博士生, 主要研究方向为空间谱估计, 阵列信号处理以及雷达信号处理等。

路宏敏 男, 1961 年 6 月生于陕西蒲城, 现为西安电子科技大学教授, 主要研究方向为电磁兼容, 以及微波技术与天线等。